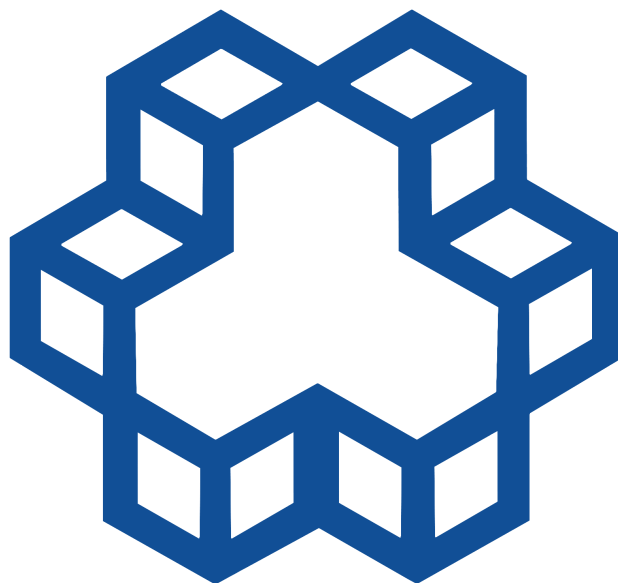




عنوان: تمرین سری چهارم

نیم سال تحصیلی: ۴۰۴۲

مدرس: دکتر تقی زاده

مبحث تمرین: فصل سوم

مهلت تحویل: ۲۹ خرداد

فهرست مطالب

۳	۱ سوال اول
۳	۲ سوال دوم
۳	۳ سوال سوم
۳	۴ سوال چهارم
۳	۵ سوال پنجم
۳	۶ سوال ششم
۳	۷ سوال هفتم
۴	۸ سوال هشتم
۴	۹ سوال امتیازی اول
۴	۱۰ سوال امتیازی دوم

۱ سوال اول

با نوشتن جزییات کامل ریاضی روابط کامپتون اثبات کنید.

۲ سوال دوم

در یک آزمایش تداخل دوشکاف یانگ، از نور سدیم با طول موج $\lambda = 589.0 \text{ nm}$ استفاده می‌شود. فاصله بین دو شکاف برابر 1.25 mm و فاصله پرده از شکاف‌ها برابر 2.604 m است. با استفاده از روابط تداخل نور، فاصله بین دو بیشینه متوالی (نوارهای روشن مجاور) روی پرده را محاسبه کنید.

۳ سوال سوم

تکانه ذرات زیر را محاسبه کنید:

(الف) یک فوتون گاما با انرژی

$$10.0 \text{ MeV}$$

(ب) یک فوتون پرتو ایکس با انرژی

$$25 \text{ keV}$$

(پ) یک فوتون فروسرخ با طول موج

$$1.0 \mu\text{m}$$

(ت) یک فوتون امواج رادیویی با فرکانس

$$150 \text{ MHz}$$

در هر مورد، تکانه را هم بر حسب $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ و هم بر حسب eV/c بیان کنید.

۴ سوال چهارم

نوری با طول موج 304.2 nm به سطح یک فلز تابیده می‌شود. طول موج آستانه این فلز برابر 352.8 nm است. با استفاده از معادله اثر فوتوالکتریک اینشتین، پتانسیل توقف (Stopping Potential) را محاسبه کنید.

۵ سوال پنجم

(الف) با فرض این که خورشید مانند یک منبع گرمایی ایده آل با دمای 6000 K تابش می‌کند، شدت تابش خورشیدی در بازه طول موج 530.0 nm تا 532.0 nm را محاسبه کنید.

(ب) این بازه چه کسری از کل تابش خورشیدی را تشکیل می‌دهد؟

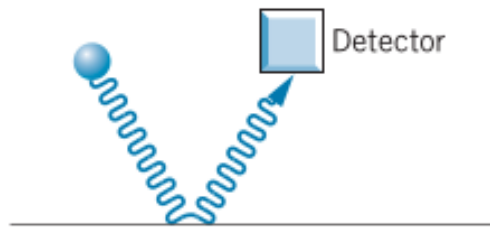
۶ سوال ششم

یک حفره در دمای 1750 K نگه داشته شده است. انرژی با چه نرخ از داخل حفره از طریق سوراخی در دیواره آن با قطر 1.24 mm خارج می‌شود؟

۷ سوال هفتم

پرتوهای گاما با انرژی بالا می‌توانند از طریق پراکندگی کامپتون از محیط اطراف به یک آشکارساز برسند، همان طور که در شکل زیر نشان داده شده است. این اثر با نام back-scattering شناخته می‌شود.

نشان دهید که وقتی $E \gg m_e c^2$ باشد، فوتون پراکنده شده در حالت بازپراکندگی (زاویه پراکندگی نزدیک به 180°) دارای انرژی تقریباً 0.25 MeV است و این مقدار تقریباً مستقل از انرژی فوتون اولیه است.



شکل ۱: back-scattering

۸ سوال هشتم

ماهواره WMAP که در سال ۲۰۰۱ پرتاب شد، تابش زمینه کیهانی (Cosmic Microwave Background Radiation) را بررسی کرد و توانست نوسانات بسیار کوچک دما در نواحی مختلف این تابش را اندازه گیری کند. این نوسانات دمایی متناظر با نواحی با چگالی زیاد و کم در جهان اولیه هستند.

این ماهواره توانست اختلاف دمایی برابر $2 \times 10^{-5} \text{ K}$ را در دمای متوسط 2.7250 K اندازه گیری کند. در طول موج بیشینه تابش، اختلاف شدت تابش به ازای واحد بازه طول موج بین نواحی "داغ" و "سرد" را محاسبه کنید.

۹ سوال امتیازی اول

ماهواره COBE در سال ۱۹۸۹ برای مطالعه تابش زمینه کیهانی و اندازه گیری دمای آن پرتاب شد. با اندازه گیری در طول موج های مختلف، پژوهشگران نشان دادند که این تابش دقیقاً از توزیع طیفی مورد انتظار برای یک جسم سیاه پیروی می کند. در طول موج 0.133 cm ، شدت تابشی برابر $1.440 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2$ در بازه طول موج 0.00833 cm اندازه گیری شده است. دمای تابش جسم سیاه متناظر با این داده ها را محاسبه کنید.

۱۰ سوال امتیازی دوم

(الف) نشان دهید در توصیف کلاسیک از توزیع انرژی نوسانگرهای دیواره حفره، اگر انرژی های مجاز به صورت $E_n = n\varepsilon$ در نظر گرفته شوند، آنگاه جمع تعداد کل نوسانگرها روی همه حالت ها برابر N خواهد بود.

(ب) نشان دهید در حد کلاسیک، انرژی متوسط هر نوسانگر برابر است با

$$E_{avg} = kT$$

نوسانگرهای دیواره حفره پلانک

اگر توزیع ماکسول بولتزمن برای نوسانگرها به صورت

$$N_n = Ae^{-E_n/kT}$$

در نظر گرفته شود و انرژی ها به صورت $E_n = n\varepsilon$ باشند:

(الف) با شرط نرمال سازی

$$\sum_{n=0}^{\infty} N_n = N$$

نشان دهید ثابت نرمال سازی برابر است با

$$A = N (1 - e^{-\varepsilon/kT})$$

(راهنما: از سری هندسی استفاده کنید.)

(ب) با مشتق گیری از رابطه سری هندسی، نشان دهید

$$\sum_{n=0}^{\infty} nx^n = \frac{x}{(1-x)^2}$$

(ج) با استفاده از نتیجه قسمت قبل، نشان دهید انرژی متوسط نوسانگرها برابر است با

$$E_{avg} = \frac{\varepsilon}{e^{\varepsilon/kT} - 1}$$

(د) حدهای زیر را بررسی کنید:

$$E_{avg} \approx kT \quad (\varepsilon \ll kT), \quad E_{avg} \rightarrow 0 \quad (\varepsilon \gg kT)$$

(ه) با بررسی شرط بیشینه شدن شدت تابش طیفی $I(\lambda)$ ، نشان دهید قانون جابجایی وین به دست می آید.

با انتگرال گیری از رابطه طیفی پلانک برای تابش جسم سیاه، توان کل تابش را به صورت زیر به دست آورید:

$$I = \int_0^{\infty} I(\lambda) d\lambda$$

و با استفاده از انتگرال استاندارد

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$

نشان دهید قانون استفان-بولتزمن به صورت

$$I = \sigma T^4$$

به دست می آید.