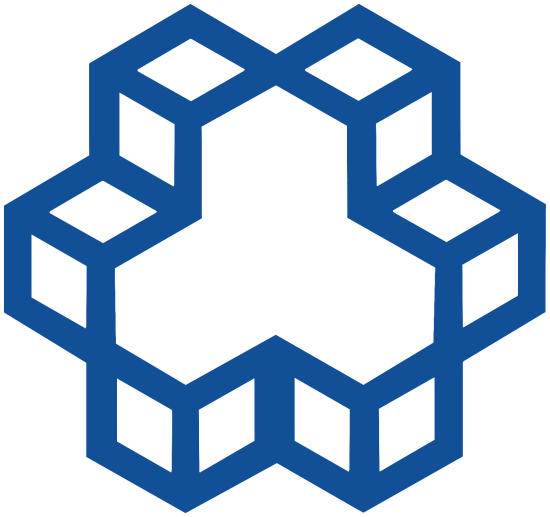


# عنوان: تمرین سری سوم

## نیم‌سال تحصیلی: ۴۰۴۲

مدرس: دکتر تقی‌زاده

مبحث تمرین: دینامیک نسبیتی

مهلت تحویل: ۲۲ خرداد

# فهرست مطالب


۱ سوال اول ۳

۲ سوال دوم ۳

۳ سوال سوم ۳

۴ سوال چهارم ۳

۵ سوال پنجم ۴

۶ سوال ششم ۴

۷ سوال هفتم ۴

۸ سوال هشتم ۴

۹ سوال نهم ۴

۱۰ سوال امتیازی اول ۵

۱۱ سوال امتیازی دوم ۶

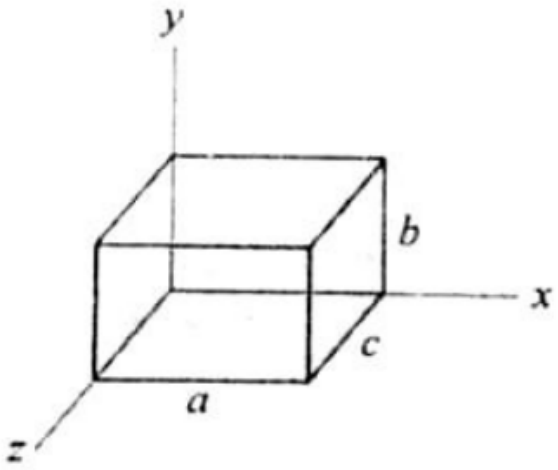
# ۱ سوال اول

جعبه‌ای به ابعاد $a, b, c$ به حال سکون در نظر بگیرید. جرم سکون آن $m_0$ و چگالی سکون آن $\rho_0 = \frac{m_0}{abc}$ است.

۱. حجم جعبه را از نظر ناظری به دست آورید که نسبت به آن با سرعت $u$ در امتداد محور $x$ حرکت می‌کند.

۲. جرم آن از نظر ناظر چه قدر است؟

۳. چگالی جعبه بر حسب $\rho_0$ از نظر ناظر چه قدر است؟




# ۲ سوال دوم

قضیه کار-انرژی، تغییر انرژی جنبشی یک ذره را به کار انجام شده توسط نیروی خارجی روی آن مرتبط می‌سازد:

$$\Delta K = W = \int F\, dx$$

با نوشتن قانون دوم نیوتن به صورت $F = dp/dt$، نشان دهید:

$$W = \int v\, dp$$

و سپس با انتگرال‌گیری جزء به جزء و استفاده از تکانه‌ی نسبیتی، معادله $K = (\gamma - 1)m_0c^2$ را به دست آورید.

# ۳ سوال سوم

عمر متوسط مزون $\mu$ (میون) در حال سکون $2/3 \times 10^{-4}$ ثانیه است. در یک اندازه‌گیری آزمایشگاهی عمر متوسط آن، $6/9 \times 10^{-4}$ ثانیه به دست می‌آید.

۱. سرعت میون نسبت به اندازه‌گیری شده را محاسبه کنید.

۲. جرم سکون میون $m_\mu = 207m_e$ است. جرم موثر میون را وقتی به دست آورید که با این سرعت حرکت کند.

۳. انرژی جنبشی و تکانه‌ی آن چه قدر است؟

# ۴ سوال چهارم

برای یک ذره به جرم $m$، در چه بازه‌ای از سرعت‌ها می‌توانیم از عبارت کلاسیک انرژی جنبشی $\frac{1}{2}mv^2$ با دقت ۱ درصد استفاده کنیم؟

## ۵ سوال پنجم

کمیت $c^2t^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$ مربوط به یک رویداد ناوردا (برای تمام ناظرها یکسان) و برابر $c^2\tau^2$ است ($\tau$ زمان ویژه). نشان دهید کمیت $m_0^2c^4$ برای یک ذره ناوردا برابر $E^2 - (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)c^2$ است. یعنی:

$$E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4$$

## ۶ سوال ششم

اتم برانگیخته‌ای به جرم $m$ در حالت اولیه‌ی ساکن در چارچوب $S$ فوتونی گسیل می‌کند و پس می‌زند. کاهش انرژی داخلی اتم $\Delta E$ و انرژی فوتون $h\nu$ است. نشان دهید:

$$h\nu = \Delta E \left(1 - \frac{\Delta E}{2mc^2}\right)$$

## ۷ سوال هفتم

۱. نشان دهید بسامد زاویه‌ای بار متحرک در میدان مغناطیسی یکنواخت به صورت زیر است:

$$\omega = \frac{qB}{m}\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

۲. این نتیجه را با نتیجه‌ی کلاسیکی که بعضی سیکلوترون‌ها بر اساس آن طرح‌ریزی شده‌اند مقایسه کنید و به طور کیفی توضیح دهید از نظر نسبیتی. این طرح چگونه اصلاح شود؟

## ۸ سوال هشتم

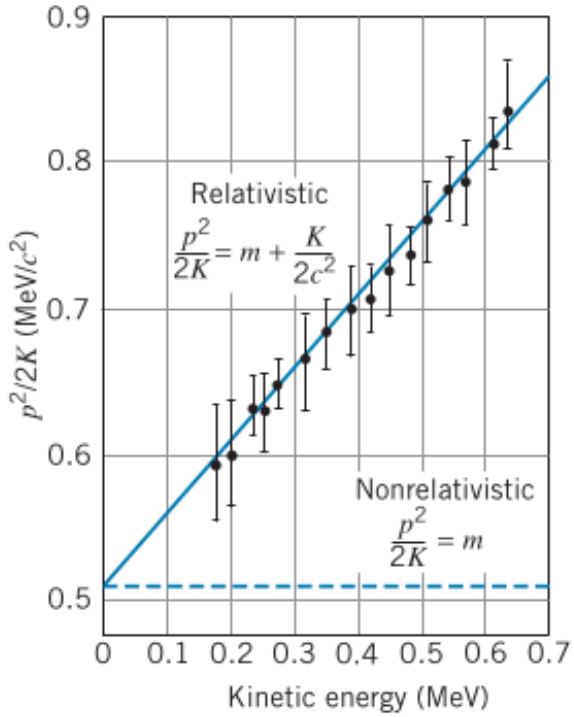
الکترونی با انرژی جنبشی ۹۲۳.۰ مگاالکترون‌ولت در حال حرکت است. سرعت آن چقدر است؟

## ۹ سوال نهم

با توجه به شکل زیر رابطه:

$$\frac{p^2}{2K} = m + \frac{K}{2c^2}$$

را به دست آورید.




## ۱۰ سوال امتیازی اول

بار $q$ در داخل میدان الکتریکی یکنواخت $E$ در جهت مثبت محور $x$ قرار دارد و در نقطه‌ی $x = 0$ از حال سکون، شتاب می‌گیرد.

۱. نشان دهید شتاب بار از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$a_x = \frac{qE}{m_0}\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

۲. نشان دهید سرعت آن در زمان $t$ از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$u_x = \frac{qEt}{m_0\sqrt{1 + \left(\frac{qEt}{m_0 c}\right)^2}}$$

۳. نشان دهید فاصله‌ی طی شده در مدت $t$ از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$x = \frac{m_0 c^2}{qE}\left[\sqrt{1 + \left(\frac{qEt}{m_0 c}\right)^2} - 1\right]$$

۴. نشان دهید برای مقادیر بزرگ $t$، $u_x$ به سمت $c$ میل می‌کند و $x$ به صورت خطی با $t$ افزایش می‌یابد.

۵. نشان دهید اگر $\frac{qEt}{m_0} \ll c$ باشد، برای $u_x$ و $x$ نتایج کلاسیک به دست می‌آید.

## ۱۱ سوال امتیازی دوم

ثابت کنید اگر $\beta = \frac{u}{c} \ll 1$ باشد، انرژی جنبشی ذره‌ی متحرک، $K$، همیشه خیلی کوچکتر از انرژی وابسته به جرم سکون آن $m_0c^2$ خواهد بود.
همچنین رابطه $K = (m - m_0)c^2$ را برای حرکت در فضای سه‌بعدی به دست آورید.